Colle 1 ECAM2

Exercice 1 :

Étudier la convergence de la série $\sum_{n\geq 1} f_n$ sur son ensemble de définition, avec

$$f_n : \begin{cases} \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{1}{n+n^3x^2} \end{cases} .$$

Exercice 2 :

Pour $n \in \mathbb{N}$, on pose $I_n = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n(x)\,\mathrm{d}x$. Donner une expression explicite de I_n, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Colle 2 ECAM2

Exercice 1 :

Étudier la convergence de la série $\sum_{n\geq 1} f_n$ sur son ensemble de définition, avec

$$f_n : \begin{cases} \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R} \\ x \mapsto (-1)^n \ln\left(1 + \frac{x}{n(1+x)}\right) \end{cases} .$$

Exercice 2 :

Donner une expression de récurrence permettant de calculer l'intégrale suivante :
$I_n = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^n(x)}\,\mathrm{d}x$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Colle 3 ECAM2

Exercice 1 :

Étudier la convergence de la série $\sum_{n\geq 1} f_n$ sur son ensemble de définition, avec

$$f_n : \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{x}{n(1+nx^2)} \end{cases} .$$

Exercice 2 :

Donner une expression de récurrence permettant de calculer l'intégrale suivante :
$I_n = \displaystyle\int_0^{e} \ln^n(x)\,\mathrm{d}x$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Colle 4 ECAM2

Exercice 1 :

1) Quel est le domaine de définition D de la fonction S définie par $S(x) = \sum_{n\geq 1} f_n(x)$, où $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{(-1)^{n-1}}{n^x}$?

2) S est-elle continue sur D ?

3) Étudier $\lim\limits_{x\to 0^+} S(x)$.

Exercice 2 :

Donner une primitive de $f : x \mapsto \frac{1}{3+\sin(x)}$.

Colle 5 ECAM2

Exercice 1 :

1) Déterminer le domaine de définition D de la fonction $f : x \mapsto \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{-nx^2}}{n^2}$.

2) f est-elle continue (respectivement dérivable) sur D ?

3) Étudier la limite de f en $+\infty$.

Exercice 2 :

Donner une primitive de $f : x \mapsto \frac{1}{\cosh(x)}$.

Colle 6 ECAM2

Exercice 1 :

1) Étudier le domaine de définition de la fonction $f : x \mapsto \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\arctan nx}{n^2}$.

2) Déterminer l'ensemble des points de D pour lesquels f est continue (respectivement dérivable).

3) Étudier la limite de f' en 0.

Exercice 2 :

Donner une primitive de $f : x \mapsto \sqrt{1-x^2}$.

Colle 7 ECAM2

Exercice 1 :

1) Montrer que la fonction $f : x \mapsto \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^{-nx}}{1+n^2}$ est définie, sur $\mathbb{R}^+$.

2) Étudier la continuité, puis la dérivabilité de f. On fera une étude particulière en 0.

Colle 8 ECAM2

Exercice 1 :

1) On pose $f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2x}{x^2+n^2}$. Déterminer le domaine de définition de f.

2) Étudier les limites de f aux bornes de ce domaine.

Colle 9 ECAM2

Exercice 1 :

1) Déterminer le domaine de définition D de la fonction $f : x \mapsto \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^{-x}}{\ln n}$.

2) Prouver que f est $\mathcal{C}^\infty$ sur D ?

3) Déterminer un équivalent de f au voisinage de $+\infty$.