Colle 1

Exercice 1 :

a) Déterminer le rayon de convergence de la série entière suivante : $\sum \ln(1+\frac{1}{n})x^n$.

b) Après avoir donner le rayon de convergence R, sommer la série entière suivante : $\sum\limits_{n\in\mathbb{N}} n^2x^n$.

Exercice 2 :

Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty}\int_0^1 x^{x^n}\,\mathrm{d}x$.

Colle 2

Exercice 1 :

a) Déterminer le rayon de convergence de la série entière suivante : $\sum a_nx^n$, où a_n désigne la nième décimale de π.

b) Après avoir donner le rayon de convergence R, sommer la série entière suivante : $\sum\limits_{n\in\mathbb{N}} \frac{x^n}{2n+1}$, pour $x>0$.

Exercice 2 :

Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty}\int_0^1 (1-x^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{x}}\,\mathrm{d}x$.

Colle 3

Exercice 1 :

a) Déterminer le rayon de convergence de la série entière suivante : $\sum a_nx^n$, où
$a_n=\sin(n\theta),\ \theta\notin\pi\mathbb{Z}$.

b) Après avoir donner le rayon de convergence R, sommer la série entière suivante : $\sum\limits_{n\in\mathbb{N}^*} \frac{x^n}{n(n+2)}$, pour $x\in\mathbb{R}$.

Exercice 2 :

Justifier l'existence de $I_n=\displaystyle\int_0^n \left(1-\frac{t}{n}\right)^n \ln(t)\,\mathrm{d}t$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, puis montrer que
$\lim\limits_{n\to+\infty} I_n=\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-t}\ln(t)\,\mathrm{d}t$.

Colle 4

Exercice 1 :

Déterminer le DSE de la fonction suivante : $(\sin x)^2$.

Exercice 2 :

Développer en série entière $f : x \mapsto e^{-\frac{x^2}{2}} \int_0^x e^{\frac{t^2}{2}} \, \mathrm{d}t$.

Colle 5

Exercice 1 :

Après avoir donner le rayon de convergence R, sommer la série entière suivante : $\sum\limits_{n \in \mathbb{N}} \frac{x^n}{n!} \cos(n\theta)$, pour $\theta \in \mathbb{R}$.

Exercice 2 :

Développer en série entière la fonction $f :]-1, 1[\to \mathbb{R}, x \mapsto (\arcsin x)^2$.

Colle 6

Exercice 1 :

Développer en série entière la fonction suivante : $\ln(1 + x + x^2)$.

Exercice 2 :

Montrer que la fonction $f :]0, 1[\to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{(\arcsin \sqrt{x})}{\sqrt{x(1-x)}}$ coïncide sur $]0, 1[$ avec la somme d'une série entière, et calculer en les coefficients.