

Colle 1

---

**Exercice 1 :**

a) Déterminer le rayon de convergence de la série entière suivante :  $\sum \frac{\operatorname{sh}^3 n}{\operatorname{ch} n} x^n$ .

b) Montrer que  $f : x \mapsto \begin{cases} \frac{\sin(3x)}{\sin x} & x \in \mathbb{R} \setminus \pi\mathbb{Z} \\ 3 & x \in \pi\mathbb{Z} \end{cases}$  est développable en série entière sur  $\mathbb{R}$ .

Colle 2

---

**Exercice 1 :**

a) Déterminer le rayon de convergence de la série entière suivante :  $\sum \frac{n^3+1}{n+4^n} x^{2n}$ .

b) Montrer que la fraction rationnelle  $x \mapsto \frac{\sin \theta}{1-2x \cos \theta + x^2}$  est développable en série entière en 0, où  $\theta \in ]0, \pi[$ .

Colle 3

---

**Exercice 1 :**

- 1) Déterminer le domaine de définition  $D$  de la fonction  $f : x \mapsto \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{-nx^2}}{n^2}$ .
- 2)  $f$  est-elle continue (respectivement dérivable) sur  $D$  ?
- 3) Étudier la limite de  $f$  en  $+\infty$ .

Colle 4

---

**Exercice 1 :**

Déterminer le rayon de convergence de la série entière suivante :  $\sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{x^n}{2n+1}$ , ainsi que sa somme, pour  $x > 0$ .

Colle 5

---

**Exercice 1 :**

Déterminer le rayon de convergence de la série entière suivante :  $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} \frac{x^n}{n(n+2)}$ , ainsi que sa somme.

Colle 6

---

**Exercice 1 :**

Déterminer le rayon de convergence de la série entière suivante :  $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} (1 + \frac{1}{n})^{n^2} \frac{x^n}{n!}$ , et déterminer un équivalent de sa somme lorsque  $x \rightarrow +\infty$ .